知识点一-样本点与样本空间

样本点：随机试验中每一种可能出现的结果，都称为样本点

样本空间：随机事件的所有基本结果组成的集合为样本空间

知识点二-随机事件的概念

在一定的条件下所出现的某种结果叫做事件.

(1)必然事件：在条件S下，一定会发生的事件，叫做相对于条件S的必然事件，简称必然事件；

(2)不可能事件：在条件S下，一定不会发生的事件，叫做相对于条件S的不可能事件，简称不可能事件；

(3)确定事件：必然事件与不可能事件统称为相对于条件S的确定事件，简称确定事件.

(4)随机事件：在条件S下可能发生也可能不发生的事件，叫做相对于条件S的随机事件，简称随机事件.

要点诠释：

1.随机事件是指在一定条件下出现的某种结果，随着条件的改变其结果也会不同，因此强调同一事件必须在相同的条件下进行研究；

2.随机事件可以重复地进行大量实验，每次的实验结果不一定相同，但随着实验的重复进行，其结果呈现规律性.

知识点三-基本事件概念及性质

基本事件：只含有一个样本点的事件，叫做基本事件

基本事件具有如下性质：

（1）不能或不必分解为更小的随机事件；

（2）不同的基本事件不可能同时发生

知识点四-随机事件的频率与概率

1-频率与频数

在相同条件S下重复n次试验，观察某一事件A是否出现，称n次试验中事件A出现的次数n_A为事件A出现的频数，称事件A出现的比例$f_n(A)=\frac{n_A}{n}$为事件A出现的频率。

2．概率

事件A的概率：在大量重复进行同一试验时，事件A发生的频率$\frac{m}{n}$总接近于某个常数，在它附近摆动，这时就把这个常数叫做事件A的概率，记作$P(A)$.

由定义可知$0\le P(A)\le 1$，显然必然事件的概率是1，不可能事件的概率是0.

知识点五-事件间的关系

名称	条件或概念	结论	符号表示
包含关系	A发生⇒B发生	事件B包含事件A(事件A包含于事件B)	$B\supseteq A$(或$A\subseteq B$)
相等关系	若$B\supseteq A$且$A\supseteq B$	事件A与事件B相等	$A=B$
并(和)事件	A发生或B发生	事件A与事件B的并事件(或和事件)	$A+B$ (或$A\cup B$)
交(积)事件	A发生且B发生	事件A与事件B的交事件(或积事件)	AB (或$A\cap B$)
互斥事件	$A\cap B$为不可能事件	事件A与事件B互斥	$A\cap B=\varnothing$
对立事件	给定样本空间Ω与事件A，则由Ω中所有不属于A的样本点组成的事件称为A的对立事件，记做$\overline{A}$	事件A与事件$\overline{A}$互为对立事件 $A\cap\overline{A}$为不可能事件，$A\cup\overline{A}$为必然事件	$A\cap\overline{A}=\varnothing$，$P(A\cup\overline{A})=1$.

知识点六-事件的混合运算

与数的加、减、乘、除混合运算一样，事件的混合运算也有优先级，规定：求积运算的优先级高于求和运算

知识点七-概率的加法公式

1．事件A与B的并（或和）和事件A与B的交（或积）

（1）一般地，由事件A和B至少有一个发生（即A发生，或B发生，或A、B都发生）所构成的事件C，称为事件A与事件B的并（或和），记作$C=A\cup B$.

（2）把由事件A和B同时发生所构成的事件D，称为事件A与事件B的交（或积），记作D= $A\cap B$.

2．互斥事件的概率加法公式

如果事件A与事件B互斥，则$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.；

如果事件$A_1,A_2,A_3\ldots A_n$两两互斥，那么$P(A_1UA_2U\ldots UA_n)=P(A_1)+P(A_2)+\ldots+P(A_n)$

3．对立事件概率的求法

事件A的对立事件$\bar{A}$的概率$P(\bar{A})=1-P(A)$

知识点八-随机事件的独立性

一般地，当$P(AB)=P(A)P(B)$时，就称事件A与B相互独立.

事件A与B相互独立的直观理解是：事件A是否发生不会影响事件B发生的概率.因此，若事件A与B相互独立，

则$\bar{A}$与B，A与$\bar{B}$，$\bar{A}$与$\bar{B}$也相互独立

知识点九-古典概型

1.古典概型的定义：

(1)有限性：试验中所有可能出现的基本事件只有有限个；

(2)等可能性：每个基本事件出现的可能性相等.

我们把具有上述两个特点的概率模型称为古典概率模型，简称古典概型.

2.计算古典概型的概率的基本步骤为：

(1)计算所求事件A所包含的基本事件个数m；

(2)计算基本事件的总数n；

(3)应用公式$P(A)=\dfrac{m}{n}$计算概率.

3.古典概型的概率公式：

$$P(A)=\frac{A\text{包含的基本事件的个数}}{\text{基本事件的总数}}$$

应用公式的关键在于准确计算事件A所包含的基本事件的个数和基本事件的总数.

知识点一-随机事件的频率与概率

习题1-某超市计划按月订购一种酸奶，每天进货量相同，进货成本每瓶4元，售价每瓶6元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶2元的价格当天全部处理完.根据往年销售经验，每天需求量与当天最高气温(单位：℃)有关.如果最高气温不低于25，需求量为500瓶；如果最高气温位于区间[20,25)，需求量为300瓶；如果最高气温低于20，需求量为200瓶.为了确定六月份的订购计划，统计了前三年六月份各天的最高气温数据，得下面的频数分布表：

最高气温	[10,15)	[15,20)	[20,25)	[25,30)	[30,35)	[35,40)
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率估计最高气温位于该区间的概率.

(1)估计六月份这种酸奶一天的需求量不超过300瓶的概率；

(2)设六月份一天销售这种酸奶的利润为Y(单位：元).当六月份这种酸奶一天的进货量为450瓶时，写出Y的所有可能值，并估计Y大于零的概率.

【解析】(1)这种酸奶一天的需求量不超过300瓶，当且仅当最高气温低于25 ℃，由表格数据知，最高气温低于25 ℃的频率为＝0.6，所以这种酸奶一天的需求量不超过300瓶的概率的估计值为0.6.

(2)当这种酸奶一天的进货量为450瓶时，

若最高气温不低于25 ℃，则Y＝6×450－4×450＝900；

若最高气温位于区间[20,25)，则Y＝6×300＋2×(450－300)－4×450＝300；

若最高气温低于20 ℃，则Y＝6×200＋2×(450－200)－4×450＝－100，

所以，Y的所有可能值为900,300，－100.

Y大于零当且仅当最高气温不低于20 ℃，由表格数据知，最高气温不低于20 ℃的频率为＝0.8，因此Y大于零的概率的估计值为0.8.

知识点二-随机事件的关系

习题2-一个人打靶时连续射击两次，事件“至少有一次中靶”的互斥事件是(　　)

A.至多有一次中靶　　　　B.两次都中靶

C.只有一次中靶　　　　D.两次都不中靶

【答案】选D

【解析】事件“至少有一次中靶”包括“中靶一次”和“中靶两次”两种情况.由互斥事件的定义，可知“两次都不中靶”与之互斥.

习题3-从1,2,3，…，7这7个数中任取两个数，其中：

①恰有一个是偶数和恰有一个是奇数；

②至少有一个是奇数和两个都是奇数；

③至少有一个是奇数和两个都是偶数；

④至少有一个是奇数和至少有一个是偶数.

上述事件中，是对立事件的是(　　)

A.①　B.②④　C.③　D.①③

【答案】选C

【解析】“至少有一个是奇数”即“两个都是奇数或一奇一偶”，而从1,2,3，…，7这7个数中任取两个数，根据取到数的奇偶性知共有三种情况：“两个都是奇数”“一奇一偶”“两个都是偶数”，故“至少有一个是奇数”与“两个都是偶数”是对立事件，易知其余都不是对立事件.故选C.

习题4-在5张电话卡中，有3张移动卡和2张联通卡，从中任取2张，若事件“2张全是移动卡”的概率是，那么概率是的事件是(　　)

A.至多有一张移动卡　　B.恰有一张移动卡

C.都不是移动卡　　　D.至少有一张移动卡

【答案】选A

【解析】至多有一张移动卡包含“一张移动卡，一张联通卡”“两张全是联通卡”两个事件，它是“2张全是移动卡”的对立事件，故选A.

习题5-对飞机连续射击两次，每次发射一枚炮弹，设A＝{两次都击中飞机}，B＝{两次都没击中飞机}，C＝{恰有一次击中飞机}，D＝{至少有一次击中飞机}，其中彼此互斥的事件是____________，互为对立事件的是______.

【解析】设I为对飞机连续射击两次所发生的所有情况，因为A∩B＝∅，A∩C＝∅，B∩C＝∅，B∩D＝∅，故A与B，A与C，B与C，B与D为互斥事件.而B∩D＝∅，B∪D＝I，故B与D互为对立事件.

【答案】A与B，A与C，B与C，B与D　B与D

知识点三-互斥事件、对立事件概率公式的应用

习题6-某商场有奖销售中，购满100元商品得1张奖券，多购多得.1 000 张奖券为一个开奖单位，设特等奖1个，一等奖10个，二等奖50个.设1张奖券中特等奖、一等奖、二等奖的事件分别为A，B，C，求：

(1)$P(A)$，$P(B)$，$P(C)$；

(2)1张奖券的中奖概率；

(3)1张奖券不中特等奖且不中一等奖的概率.

【解析】(1)易知$P(A)=\frac{1}{1000}$，$P(B)=\frac{1}{100}$，$P(C)=\frac{1}{20}$.

(2)1张奖券中奖包含中特等奖、一等奖、二等奖.设“1张奖券中奖”这个事件为M，则M＝A∪B∪C.

因为A，B，C两两互斥，

所以$P(M)=P(AUBUC)=P(A)+P(B)+P(C)=\frac{1+10+50}{1000}=\frac{61}{1000}$.

故1张奖券的中奖概率为$\frac{61}{1000}$.

(3)设“1张奖券不中特等奖且不中一等奖”为事件N，则事件N与“1张奖券中特等奖或中一等奖”为对立事件，

所以$P(N)=1-P(AUB)=1-(\frac{1}{1000}+\frac{1}{100})=\frac{989}{1000}$.

故1张奖券不中特等奖且不中一等奖的概率为$\frac{989}{1000}$.

习题7-经统计，在某储蓄所一个营业窗口等候的人数及相应概率如下：

排队人数	0	1	2	3	4	5 人及 5 人以上
概率	0.1	0.16	0.3	0.3	0.1	0.04

(1)至多2人排队等候的概率是多少?

(2)至少3人排队等候的概率是多少?

【解析】记"等候的人数为0"为事件A，"1人等候"为事件B，"2人等候"为事件C，"3人等候"为事件D，"4人等候"为事件E，"5人及5人以上等候"为事件F，则易知A、B、C、D、E、F互斥.

(1)记"至多2人排队等候"为事件G，则$G=AUBUC$,

$\therefore P(G)=P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)=0.1+0.16+0.3=0.56.$

(2)记"至少3人排队等候"为事件H，则$H=DUEUF$,

$\therefore P(H)=P(D+E+F)=P(D)+P(E)+P(F)=0.3+0.1+0.04=0.44.$

知识点四-古典概型

习题8-5张奖券中有2张是中奖的，首先由甲抽一张，然后由乙抽一张，求：

(1)甲中奖的概率P(A)；

(2)甲、乙都中奖的概率P(B)；

(3)只有乙中奖的概率P(C)；

(4)乙中奖的概率P(D).

【思路点拨】先确定事件总数，再确定四个事件中包含的基本事件个数，用古典概率公式求解.

【解析】甲、乙两人按顺序各抽一张，5张奖券分别为A1，A2，B1，B2，B3，其中A1，A2为中奖券，则基本事件为(A1，A2)，(A1，B1)，(A1，B2)，(A1，B3)，(A2，A1)，(A2，B1)，(A2，B2)，(A2，B3)，(B1，A1)，(B1，A2)，(B1，B2)，(B1，B3)，(B2，A1)，(B2，A2)，(B2，B1)，(B2，B3)，(B3，A1)，(B3，A2)，(B3，B1)，(B3，B2)，共20种.

(1)若"甲中奖"，则有(A1，A2)，(A1，B1)，(A1，B2)，(A1，B3)，(A2，A1)，(A2，B1)，(A2，B2)，(A2，B3)，共8种，故$P(A)=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$.

(2)甲、乙都中奖含有的基本事件有(A1，A2)，(A2，A1)，共2种，所以$P(B)=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$.

(3)"只有乙中奖"的基本事件有(B1，A1)，(B2，A1)，(B3，A1)，(B1，A2)，(B2，A2)，(B3，A2)，共6种，故$P(C)=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$.

(4)"乙中奖"的基本事件有(A2，A1)，(B1，A1)，(B2，A1)，(B3，A1)，(A1，A2)，(B1，A2)，(B2，A2)，(B3，A2)，共8种，故$P(D)=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$.

习题9-在甲、乙两个盒子中分别装有标号为1、2、3、4的四个球，现从甲、乙两个盒子中各取出1个球，每个小球被取出的可能性相等.

(1)求取出的两个球上标号为相邻整数的概率；

(2)求取出的两个球上标号之和能被3整除的概率.

【答案】(1)$\frac{3}{8}$　(2)$\frac{5}{16}$

【解析】设从甲、乙两个盒子中各取1个球，其数字分别为x, y，用(x, y)表示抽取结果，则所有可能有（1，1），（1，2），（1，3），（1，4），（2，1），（2，2），（2，3），（2，4），（3，1），（3，2），（3，3），（3，4），（4，1），（4，2），（4，3），（4，4）共16种.

(1)所取两个小球上的数字为相邻整数的结果有（1，2），（2，1），（2，3），（3，2），（3，4），（4，3）共6种．故所求概率$P=\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$.

(2)所取两个球上的数字和能被3整除的结果有（1，2），（2，1），（2，4），（3，3），（4，2）共5种.

故所求概率为$P=\frac{5}{16}$.